fórmula de Barcan A fórmula da LÓGICA MODAL quantificada (LMQ)

FB) $\Diamond\exists x\, \varphi x \rightarrow \exists x\, \Diamond\varphi x$

é conhecida como *fórmula de Barcan*. Esta designação tem a sua origem no facto de um dos pioneiros da LMQ, a lógica e filósofa norte-americana Ruth Marcus (na altura Ruth Barcan), ter pela primeira vez, em 1947, introduzido a fórmula como um TEOREMA daqueles que foram de facto os primeros sistemas de LMQ.

Informalmente, (FB) estabelece o seguinte: se é possível que algum objecto tenha uma certa PROPRIEDADE, então algum objecto tem possivelmente essa propriedade. Fazendo φ ser o atributo da omnisciência e a variável x tomar valores num domínio qualquer de criaturas, um exemplo de (FB) é dado na seguinte frase: «Se é possível que haja uma criatura omnisciente, então há uma criatura que é possivelmente omnisciente». A fórmula (FB) é, através da interdefinibilidade dos operadores modais, logicamente equivalente à fórmula $\forall x\, \Box\, \varphi x \rightarrow \Box\, \forall x\, \varphi x$, a qual tem deste modo o mesmo conteúdo que (FB). Fazendo φ ser agora o atributo da existência, um exemplo interessante desta versão de (FB) é dado na frase: «Se tudo existe necessariamente, então é necessário que tudo exista».

Uma fórmula da LMQ que é habitual associar com (FB) é a fórmula

CFB) $\exists x\, \Diamond\, \varphi x \rightarrow \Diamond\exists x\, \varphi x$,

a qual é conhecida como *conversa da fórmula de Barcan* e a qual é igualmente um teorema dos sistemas de LMQ propostos por Ruth Marcus. Informalmente, (CFB) estabelece o seguinte: se algum objecto tem possivelmente uma certa propriedade, então é possível que algum objecto tenha essa propriedade. Supondo a interpretação anteriormente proporcionada para (FB), um exemplo de (CFB) é dado na frase: «Se há uma criatura que possivelmente é omnisciente, então é possível que haja uma criatura omnisciente». (CFB) é logicamente equivalente à fórmula $\Box\, \forall x\, \varphi x \rightarrow \forall x\, \Box\, \varphi x$, um exemplo da qual é dado na frase: «Se é necessário que tudo exista, então tudo existe necessariamente».

A conjunção das fórmulas (FB) e (CFB), isto é, a fórmula

$\Diamond\, \exists x\, \varphi x \leftrightarrow \exists x\, \Diamond\, \varphi x$,

ou

$\Box\, \forall x\, \varphi x \leftrightarrow \forall x\, \Box\, \varphi x$,

tem o efeito de autorizar em geral o intercâmbio de posições entre o OPERADOR de possibilidade, respectivamente necessidade, e o quantificador existencial, respectivamente universal. E uma consequência significativa deste facto seria, no que diz respeito a frases quantificadas, a dissolução da distinção entre, por um lado, frases que exprimem possibilidades, respectivamente necessidades, *de dicto*, e, por outro, frases que exprimem possibilidades, respectivamente necessidades, *de re* (*ver* *DE DICTO/DE RE*).

Todavia, quer a fórmula de Barcan quer a sua conversa estão bem longe de ser incontroversas. Na semântica habitual para a LMQ, a cada MUNDO POSSÍVEL ou situação contrafactual m está associado um certo conjunto de indivíduos, designadamente o conjunto de todos aqueles indivíduos que existem em m. E um tal conjunto de indivíduos funciona, nessa semântica, como domínio de quantificação; ou seja, quando queremos avaliar uma fórmula quantificada relativamente a m, as variáveis ligadas pelos quantificadores tomam valores sobre, e apenas sobre, elementos pertencentes àquele conjunto. Ora, (FB) é uma fórmula válida (isto é, verdadeira em qualquer modelo, sob qualquer interpretação) somente se, para qualquer mundo possível m que seja acessível a partir de um mundo dado m^* (por exemplo, o mundo actual), o domínio de m estiver incluído no domínio de m^*; por outras palavras, a validade de (FB) exige que qualquer indivíduo existente em m exista também em m^*. Com efeito, se esta exigência não for satisfeita e se autorizarmos, como sucede na semântica de Kripke para a LMQ, o domínio de quantificação a variar de mundo para mundo no sentido de certos mundos poderem conter indivíduos que não existem no mundo actual, então CONTRA-EXEMPLOS a (FB) estarão imediatamente disponíveis. Por exemplo, suponha-se que m é um mundo acessível a partir do mundo actual m^*, e que entre os existentes de m está uma criatura a que possui em m o atributo da omnisciência. Suponha-se ainda que a não existe em m^*, isto é, que a é um criatura possível mas não actual (um dos *POSSIBILIA* relativamente a m^*); e que nenhuma criatura existente em m^* possui em m^* o atributo da omnisciência. A fórmula antecedente de (FB) será então verdadeira em m^*, uma vez que a subfórmula, $\exists x\, \varphi x$, é verdadeira em pelo menos um mundo acessível a partir de m^*, designadamente m. Mas a fórmula consequente de (FB) será falsa em m^*, uma vez que nenhum existente em m^* possui o atributo da omnisciência em qualquer mundo possível acessível a partir de m^*. (FB) é assim falsa em pelo menos um modelo, sob pelo menos uma interpretação; e, logo, não é uma fórmula válida da LMQ.

Por outro lado, (CFB) é uma fórmula válida da LMQ somente se, para qualquer mundo possível m acessível a partir de um mundo dado m^* (por exemplo, o mundo actual), o domínio de m^* estiver incluído no domínio de m; por outras palavras, a validade de (CFB) exige que qualquer indivíduo existente em m^* exista também em *m*. Se esta exigência não for satisfeita e se, como sucede na semântica de Kripke para a LMQ, autorizarmos desta vez o domínio de quantificação a variar de mundo para mundo no sentido de certos mundos poderem não conter indivíduos que existem no mundo actual, então contra-exemplos a (FB) estarão imediatamente disponíveis. Por exemplo, suponha-se que *m* é um mundo acessível a partir do mundo actual *m**, e que entre os existentes de *m** está uma criatura *a* que, no entanto, não existe em *m;* façamos ainda φ ser o atributo da existência. A fórmula $\Box \forall x\, \varphi x$, a qual sob aquela interpretação se lê «Necessariamente, tudo existe», será verdadeira em *m*;* pois a sua subfórmula, $\forall x\, \varphi x$, é trivialmente verdadeira em qualquer mundo *m* acessível a partir de *m** (qualquer existente em *m* possui em *m* o atributo da existência). Logo, a fórmula consequente de (CFB), $\Diamond\exists x\, \varphi x$, é falsa em *m**. Mas a fórmula $\forall x \Box \varphi x$, a qual sob a interpretação em questão se lê «Tudo necessariamente existe», será falsa em *m*;* pois pelo menos um dos existentes em *m**, viz., a criatura *a*, não existe em pelo menos um mundo, viz., *m*, acessível a partir de *m**. Logo, a fórmula antecedente de (CFB), $\exists x \Diamond \varphi x$, é verdadeira em *m**. (CFB) é assim falsa em pelo menos um modelo, sob pelo menos uma interpretação; logo, não é uma fórmula válida da LMQ.

Juntando os dois resultados anteriores, é fácil ver que a validade da fórmula obtida formando a conjunção de (FB) com (CFB) exige, para qualquer mundo *m* acessível a partir do mundo actual *m**, que o conjunto dos existentes em *m* seja constituído por, e apenas por, indivíduos que existem em *m**. Este género de suposição semântica, a qual representa uma forma extrema de ACTUALISMO (isto é, a doutrina de que só os objectos actuais existem), é adoptada por Ruth Marcus com vista a validar ambas as suas fórmulas (FB) e (CFB). Todavia, apesar de tecnicamente satisfatória, tal suposição parece colidir com algumas das nossas intuições modais e metafísicas. Por um lado, o que é relativamente incontroverso, estaríamos inclinados a aceitar a ideia de que alguns indivíduos actuais gozam de uma existência meramente contingente; por exemplo, estaríamos inclinados a dizer que Mário Soares poderia não ter existido: presumivelmente, ele não existiria numa situação contrafactual em que aqueles que foram de facto os seus progenitores nunca se tivessem vindo a conhecer. Por outro lado, o que é bem mais controverso, estaríamos inclinados a aceitar a ideia de que alguns objectos que nunca existiram, não existem, e nunca existirão (no mundo actual), poderiam no entanto ter existido se as circunstâncias tivessem sido outras. Entre tais objectos meramente possíveis estaria, por exemplo, o avião em miniatura que teria sido construído se certas instruções (actualmente existentes) tivessem sido seguidas e se certas peças (actualmente existentes) tivessem sido montadas de acordo com aquelas instruções; obviamente, supõe-se que ninguém de facto construiu ou virá a construir o modelo a partir das instrucções.

Finalmente, é importante mencionar a seguinte possibilidade. Suponhamos que, em vez de uma semântica actualista (como é o caso de qualquer uma das construções anteriores), queremos antes adoptar uma certa semântica possibilista para a LMQ. Trata-se de uma semântica que combina as seguintes duas coisas: I) a variação do conjunto de indivíduos existentes de mundo possível para mundo possível; II) uma interpretação possibilista para os quantificadores, na qual os valores das variáveis quantificadas relativamente a um mundo possível dado não estão restritos a indivíduos existentes nesse mundo, incluindo indivíduos que são meramente possíveis com respeito a esse mundo (o conjunto de indivíduos existentes num mundo já não funciona assim como *domínio* de quantificação). Então (FB) e (CFB) serão ambas fórmulas válidas da LMQ. *Ver também* ACTUALISMO, *POSSIBILIA*.

João Branquinho

Bibliografia

Kripke, S. (1963) «Semantical Considerations on Modal Logic» in *Acta Philosophica Fennica* 16, 83-94; reimpresso em L. Linski, org., *Reference and Modality,* Oxford University Press, Oxford, 1965, pp. 63-72.

Marcus, R. B. (1961) «Modalities and Intensional Languages» *Synthese* XIII, 4, 303-322; reimpresso em R. B. Marcus, *Modalities. Philosophical Essays,* Oxford University Press, Oxford, 1994